ТЕМА: « ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ»

Предмет: математика
Класс: 10А
Провела: Капченко Т.М., учитель первой квалификационной категории

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УРОКА:
1. Обобщить материал по теме: «Тригонометрические функции и их графики», проверить умения в построении графиков функций с помощью преобразований.
2.Развивать логическое мышление, внимание, навыки самостоятельной работы, навыки самооценки.
3. Воспитывать интерес к предмету через содержание учебного материала, умение работать в коллективе, умение не растеряться в проблемных ситуациях, культуре общения.

Оборудование:
доска, мел, карточки с заданиями, бланки для выполнения заданий.
Литература:
Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Ч. 1, 2. Учеб. для 10-11 кл.
Р.Д Лукин «Устные упражнения по алгебре и начала анализа».
Газета «Математика» №17, 2004.

Тип урока: обобщение.

ХОД УРОКА

I этап урока

1. Организационный момент:
2. Сообщение темы и цели урока.

II этап урока

Повторение теоретического материала по теме «Общие свойства тригонометрических функций и их связь с графиками»

Учитель обращается к учащимся с вопросом: «Скажите, пожалуйста, что такое функция?»

Учащиеся могут дать одно из определений, приведенных ниже или их модификацию.

Определение. «Зависимость переменной *y* от переменной *x*, при которой каждому значению переменной *x* соответствует единственное значение переменной *y*, называют функцией».

Определение. «Соответствие f между двумя множествами X и Y, при котором каждому элементу множества X ставится в соответствие единственный элемент множества Y, называется функцией $y = f(x)$».

Учитель: «Назовите способы задания функции?»

Учащиеся в произвольной последовательности должны перечислить способы задания функций: описательный, табличный, графический, аналитический.

Учитель: «Перечислите, какими свойствами может обладать функция».

Учащиеся в произвольной последовательности перечисляют свойства функций, таким образом, называют общую схему исследования функций.

Общая схема исследования функции

1. Область определения функции $D(f)$.
2. Определение точек пересечения графика функции с осями координат.
3. Исследование функции на четность.
4. Исследование функции на монотонность.
5. Исследование функции на экстремум.
6. Исследование функции на периодичность.
7. Определение промежутков знакопостоянства.
8. Исследование поведения функции на границах области определения.
9. Исследование области значений функции.
10. Построение графика функции.

Учитель: Какие из тригонометрических функций вы знаете?

Ответы учеников: синус, косинус, тангенс, котангенс.

Учитель: Дайте определение этих функций.

Учитель: Используя общую схему исследования функции, вспомним необходимые определения и соответствующие свойства функций на графиках, которые изображены в таблицах графиков тригонометрических функций . Что называется областью определения функции?

Учащиеся формулируют:

Определение. Область определения функции - это множество значений независимой переменной, при которых функция имеет смысл.

Учитель: «Перед вами графики тригонометрических функций, для каждого графика назовите область определения соответствующей функции».

Ответы учеников: Область определения функций

синус, косинус D(f)=(-∞;+∞), тангенс все x $\neq \frac{\pi}{2} + \pi n$, котангенс все x $\neq \pi n$

Учитель: «Дайте определение точек пересечения графика функции с осями координат и укажите их количество на каждом из графиков».

Учащиеся формулируют: Т.к. осей координат две, то:

а) с осью ординат. Если $0 \in D(f)$, то по определению функции точка пересечения с осью *Oy* единственная, ее координаты $(0; f(0))$. Если $0 \notin D(f)$, то точек пересечения с осью ординат нет;

б) с осью абсцисс. Абсциссы точек пересечения графика функции с осью *Ox* находятся из уравнения $f(x) = 0$, число решений которого равно количеству точек пересечения графика функции с осью абсцисс.

Учитель: «Сколько точек пересечения с осями координат имеет синус, косинус, тангенс, котангенс?»

Ответы учеников: Синус с осью ординат имеет одну точку в начале координат, с осью абсцисс все точки с координатами $(\pi n;0)$

Косинус с осью ординат имеет одну точку – (0;1), с осью абсцисс все точки с координатами $(\frac{\pi}{2} + \pi n;0)$

Тангенс с осью ординат имеет одну точку в начале координат, с осью абсцисс все точки с координатами $(\pi n;0)$

Котангенс с осью ординат общих точек не имеет, с осью абсцисс все точки с координатами $(\frac{\pi}{2} + \pi n;0)$

Учитель: «Дайте вспомним, какая функция называется четной, а какая нечетной? Как выглядят их графики? Какие из графиков тригонометрических функций соответствуют четной функции, какие – нечетной?»

Учащиеся:

Определение. Если область определения функции симметрична относительно нуля и для любого *x* из области определения выполняется равенство: $f(-x) = f(x)$, то функция четная, а если $f(-x) = -f(x)$, то функция нечетная. Если не выполняется ни одно из равенств, то функция ни четная, ни нечетная.

График четной функции симметричен относительно оси ординат (*Oy)*.

График нечетной функции симметричен относительно начала координат (точки *O)*.

Из 4 тригонометрических функций только косинус четная функция. Синус, тангенс, котангенс – нечетные.

Учитель: Какая функция называется монотонно возрастающей (монотонно убывающей)?

Учащиеся:

Определение. Если для любых $x_1, x_2 \in X$ и таких, что $x_1 > x_2$ выполнено условие $f(x_1) > f(x_2)$, то функция $y = f(x)$ называется монотонно возрастающей на *X*. Если $f(x_1) < f(x_2)$, то функция называется монотонно убывающей на X. Если $f(x_1) = f(x_2)$, то функция постоянна на X.

Учитель: Какая из тригонометрических функций является монотонно возрастающей (монотонно убывающей) на всей области определения

Учащиеся: Монотонно возрастающей на всей области определения является тангенс. Монотонно убывающей на всей области определения является котангенс.

Учитель: Назовите промежутки монотонности синуса, косинуса.

Учащиеся: Синус возрастает на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in Z$, убывает на промежутках $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in Z$.

Косинус возрастает на промежутках $[-\pi + 2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in Z$, и убывает на промежутках $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in Z$.

Учитель: «Свойством периодичности обладают все известные вам тригонометрические функции. Давайте вспомним определение периодической функции и укажем периоды данных функций».

Учащиеся:

Определение. Если существует такое число $t \neq 0$, что для любого x из области определения функции $y = f(x)$ числа $x + t$ и $x - t$ принадлежат области определения и $f(x+t) = f(x-t) = f(x)$, то функция называется периодической, а число t − периодом функции.

Периодом для функций синус и косинус является 2π, тангенс и котангенс имеют период равный π.

Учитель: «Теперь займемся определением промежутков знакопостоянства функции. Пожалуйста, дайте определение и укажите промежутки знакопостоянства для графиков синуса, косинуса, тангенса и котангенса».

Учащиеся:

Определение. Множество X, на котором функция не меняет свой знак, называется промежутком знакопостоянства функции.

Синус принимает неотрицательные значения на промежутках $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, неположительные значения на $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$.

Косинус принимает неотрицательные значения на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$, неположительные значения на $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$.

Тангенс принимает положительные значения на промежутках ($\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n$), отрицательные значения на $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n)$.

Котангенс принимает положительные значения на промежутках (

$\pi n; \frac{\pi}{2}+\pi n$), отрицательные значения на $(\frac{\pi}{2}+\pi n; \pi+\pi n)$.

Учитель: «Исследование поведения функции на границах области определения и множество значений функции это тесно связанные понятия, поэтому мы сейчас с вами вспомним определение множества значений функции и по графикам оценим множество значений каждой из представленных функций».

Определение. Областью значений функции называется множество, в которое входят все значения, которые может принимать функция на своей области определения.

Учитель: Назовите множество значений синуса, косинуса, тангенса, котангенса.

Учащиеся: Множество значений функции синуса и косинуса является промежуток $[-1;1]$, тангенса и котангенса $(-\infty;+\infty)$.

Учитель: Ребята, какие преобразования графиков функций вы знаете?

Учащиеся:1) Параллельный перенос графика функции y=f(x)+b, где b – постоянное число, на вектор (0;b) вдоль оси ординат.

2) Растяжение графика вдоль оси Oy с коэффициентом k, которое задается формулами $\begin{cases} x' = x \\ y' = ky. \end{cases}$ Для построения графика функции y=kf(x) надо растянуть график функции y= f(x) в k раз вдоль оси ординат.

3) Параллельный перенос вдоль оси абсцисс на вектор (a;0) задается формулами $\begin{cases} x' = x + a, \\ y' = y. \end{cases}$ График функции y= f(x-a) получается из графика f переносом (вдоль оси абсцисс) на вектор (a;0).

4) Растяжение вдоль оси Ox с коэффициентом k задается формулами $\begin{cases} x' = kx, \\ y' = y. \end{cases}$ Для построения графика функции y=f($\frac{x}{k}$) надо подвергнуть график функции f растяжению с коэффициентом k вдоль оси абсцисс.

III этап урока
Отработка основных понятий при выполнении заданий

1. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции y=sin(x), на отрезке [$\frac{\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$].

2. Упростите тригонометрические функции: а) $\cos^2(2\pi + t) + \sin^2(\frac{3\pi}{2} - t)$;

б) $\frac{sin(-t)tg(\frac{\pi}{2}+t)}{sin(\frac{\pi}{2}-t)}$.

3. Решите уравнение: $sin(t - \frac{\pi}{2}) - cos(2\pi + t) = \sqrt{3}$.

4. Постройте график функции: $y = cos(x + \frac{\pi}{4}) - 2$.

5. Постройте график функции: $y = -3sin(2x)$.

6. Известно, что $f(x) = -4x^2 + 4x - 4$. Докажите, что $f(sin(x)) = -8 + 4cos^2(x) + 4sin(x)$.

IVэтап урока
Подведение итогов. Постановка домашнего задания

1. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции y=cos(x), на отрезке [$\frac{3\pi}{4}$; $\frac{11\pi}{6}$].

2. Упростите тригонометрические функции: а) $\cos^2(\pi - t) + \sin^2(t - \pi)$;

б) $\frac{cos(t)ctg(\frac{\pi}{2}+t)}{cos(\frac{\pi}{2}+t)}$.

3. Решите уравнение: $sin(\pi + t) + cos(\frac{\pi}{2}) + t) = \sqrt{2}$.

4. Постройте график функции: $y = sin(x + \frac{\pi}{4}) - 3$.

5. Постройте график функции: $y = 2cos(\frac{x}{3})$.

6. Известно, что $f(x) = -4x^2 + 3x - 4$. Докажите, что $f(cos(x)) = -4sin^2(x) + 3cos(x)$.